מרתון - הסתברות

מרחב - קבוצת דגימות.

תוצאות של קוביה: . סכום 2 קוביות: .  
תוצאת הטלת 2 מטבעות: .  
מזג האויר מחר:

על המרחב מוגדרת פונקציה: .  
איבר בודד בתוך נקרא **דגימה**.

קבוצת איברים מתוך נקראת **מאורע**.

כדי שהמרחב ייקרא מרחב הסתברות הפונקציה צריכה לקיים את התכונות הבאות:  
1.   
2.

דוגמא נוספת למרחב מדגם:

דוגמא למאורע: - סכום 2 ההטלות קטן מ 4. .  
הסתברות של מאורע: - עוברים איבר איבר ב A וסוכמים את ההסתברויות על כל אחד מהאיברים הללו.

לדוגמא: . אז: .

כל פעולה שהיא בין קבוצות קיימת גם בין מאורעות. (חיתוך, איחוד, הפרש…)  
חיתוך מאורעות () - "וגם": שייקרה גם המאורע A וגם המאורע B

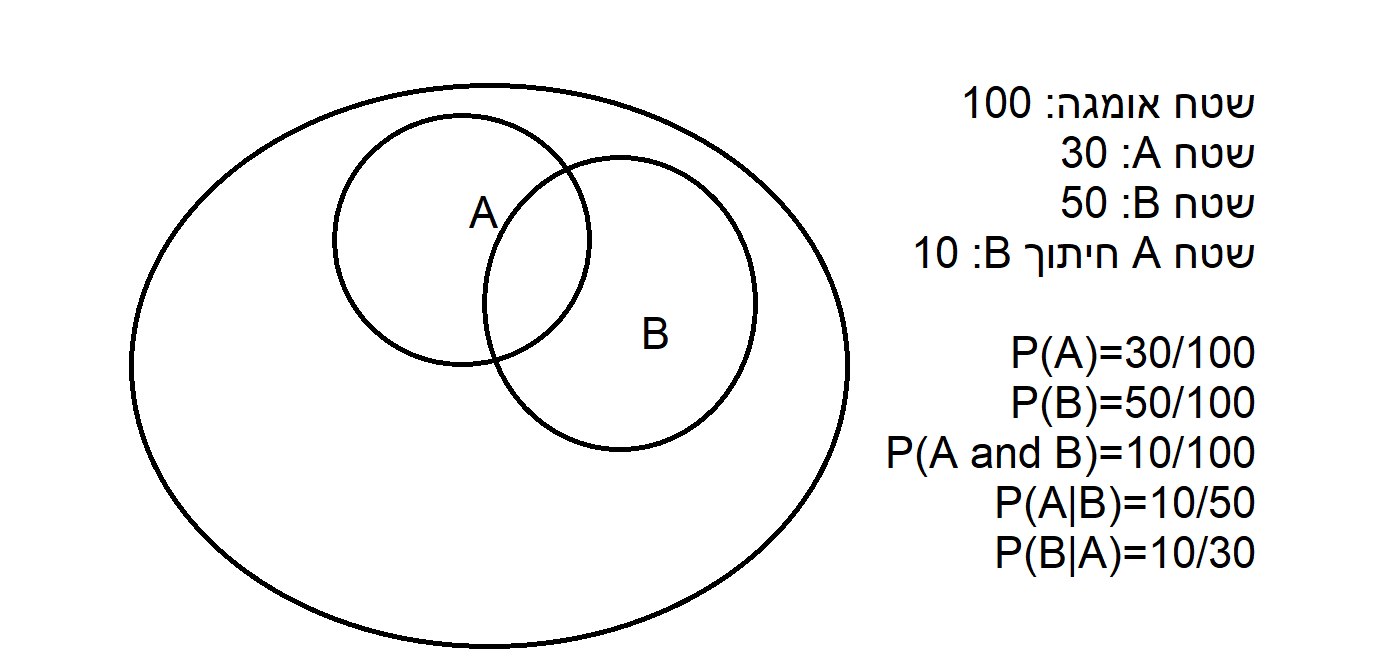
איחוד מאורעות () - "או": או שייקרה המאורע A או המאורע B (או שניהם)

משלים של מאורע: .

בתנאי שהמאורעות **בלתי תלויים**.

בתנאי שהמאורעות **זרים**.

אם המאורעות לא זרים אז משתמשים **בהכלה והדחה**

הסתברות מותנה: מה ההסתברות שייקרה מאורע A כאשר ידוע שקרה מאורע B.   
סימון:   
**חישוב:** 

**נוסחת ההסתברות השלמה:** כאשר קשה לחשב הסתברות של מאורע A אבל יותר קל יהיה לחשב אותו דרך מאורע אחר (הסתברות מותנה) . חשוב לציין שניקח B קל לחישוב.

תרגיל 2 מטלה 2

דוגמא: - תוצאת הטלת 2 קוביות.  
- יצא סכום זוגי.   
- יצא סכום גדול מ 4

**מאורעות זרים:** קבוצות זרות:

**מאורעות זרים בזוגות:** אם אומרים ש זרים אז אבל ייתכן: .   
אם אומרים ש זרים בזוגות אז ובפרט: .  
**מאורעות בלתי תלויים:** ב"ת אם"ם . אם יודעים שקרה מאורע 1 זה לא משפיע על ההסתברות למאורע השני.   
  
אם המאורעות זרים ואף אחד מהם הוא לא הקבוצה הריקה (ולא בהסתברות 0) אז הם בהכרח תלויים.  
פרט לכך, אין קשר בין זרים לב"ת.

תרגילים:

1. הוכחה: .  
   .
2. א.  
   ב. כי . ,   
     
   מכאן: .  
   ג. ומכאן: .
3. א. כל המילים בכל אורך המורכבות מ 0 ו 1 כך שיש בהן בדיוק 2 אחדות והתו האחרון הוא 1.  
   ב.   
   ג. נראה שסכום כל ההסתברויות מסתכם ל 1.  
   . נשתמש בטור החזקות: המתכנס כאשר . נגזור אותו: . נציב: : נכפיל ב ונקבל: ומכאן: .

משתנים מקריים:

משתנה מקרי זאת פונקציה: . (הוא סופר, סוכם, שווה לערך מספרי עבור כל אחת מהדגימות)

לדוגמא: אם תוצאת הטלה של 2 קוביות.  
- ההפרש בערך מוחלט בין התוצאות.  
טווח של (הסומך של ): התוצאות האפשריות שיכולות להיות ב .  
בדוגמא שלנו הטווח הוא .

כאשר כותבים: - מאורעות.  
דוגמא: .  
  
**ההתפלגות של** : הפונקציה שאומרת מה ההסתברות לכל אחד מהערכים האפשריים של .  
אם טווח הערכים הוא סופי, אפשר להציג זאת ע"י טבלה או פונקציה מפוצלת או מפורשת.  
אם טווח הערכים הוא אינסופי אז צריך לחשב עבור k כללי את: .

סימון: X~....

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| P |  |  |  |  |  |  |

.

X מכסה תמיד את כל המדגם ולכן:

תרגיל 1 מטלה 3

1. הוא משתנה מקרי השומר את הערך הגדול ביותר שהוצאנו מכד הכדורים.  
   דוגמא למרחב מדגם:(אם , )

טווח של : .  
א. .

ב. .

תוחלת של משתנה מקרי: ממוצע הערכים שהמשתנה מקבל.  
סימון: .

לדוגמא: (בדוגמא מהטבלה)

תכונות של תוחלת - ליניאריות התוחלת.

.

תכונה נוספת:  
  
לדוגמא: (בדוגמא מהטבלה)

**התפלגויות מיוחדות:**

1. ברנולי: (אינדיקטור) (X~Bern(p  
   סיפור: מבצעים ניסוי אחד שיש בו הצלחה בהסתברות p או כשלון בהסתברות .  
   מה X סופר: אם הייתה הצלחה. אם היה כשלון.  
   טווח הערכים:   
   פונקצית ההתפלגות: .
2. בינומית: (X~Bin(n,p  
   סיפור: מבצעים n ניסויים (מספר הניסויים ידוע) כאשר בכל ניסוי עושים את אותו דבר ויש את אותו סיכוי להצלחה - p ואותו סיכוי לכישלון . כל ניסוי ב"ת בניסויים האחרים.  
   מה X סופר: = מספר הניסויים בהם הייתה הצלחה.  
   טווח הערכים:   
   פונקצית ההתפלגות: .
3. גיאומטרית: (X~Geo(p  
   סיפור: מבצעים ניסוי שוב ושוב עד שמצליחים בפעם הראשונה (ואז עוצרים הכל) כאשר בכל ניסוי יש את אותו סיכוי להצלחה - p ואותו סיכוי לכישלון . כל ניסוי ב"ת בניסויים האחרים.  
   מה X סופר: = מספר הניסויים שנעשו (כולל הפעם שהצלחנו).  
   טווח הערכים:   
   פונקצית ההתפלגות: .